استعمال البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل واختبار امثلية الحل بالطريقة المعدلة

م.م.بشير فيصل محمد

كلية مدينة العلم الجامعة

besho.aliraqi@gmail.com

07703911500

المستخلص

تناول البحث حل مشكلة النقل باستخدام مدخل بحوث العمليات في مرحلة التحليل والتصميم لنموذج المشكلة ، وتم مقارنة النتائج التي حصلنا عليها من الحلول لصياغة التحليل وبرهنة صحة النموذج المتجه صوب الموضوع، وتم اجراء المقارنة بين الحلول المختلفة لاختيار اقل قيمة لدالة الهدف لكي يتمكن المستفيد من صنع القرار، باستخدام الطرق الاربعة (طريقة الزاوية الشمالية الغربية، طريقة اقل التكاليف، طريقة فوجل التقريبية، الطريقة المعدلة (المجموع الاقل للتكاليف)) للحصول على افضل النتائج وقد توصل البحث الى ان الطريقة المعدلة المعتمدة من قبل الباحث اعطت افضل نتائج للحل الامثل ، وتم اختبار امثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدلة(Modi) والتي اعطت نتائج افضل بتخفيض الكلفة الكلية.

الكلمات المفتاحية: مشكلة النقل، البرمجة الخطية، الطريقة المعدلة، اختبار امثلية الحل.

Use linear programming to solve the transportation problem and test optimization solution by modified method

Assistant Lecturer Basher Faisal Mohammed

MADENAT ALELEM UNIVERSTIY COLLEGE

besho.aliraqi@gmail.com

07703911500

Abstract

The research solving transportation problem using the entrance of operations research in the analysis phase and the design ofthe problem model, were compared to the results obtained from solutions to the formulation of the analysis and demonstrate the vector model towards the subject's health, was a comparison between different solutions to choose lower value for the objective function so that the beneficiary of the decision-making , using four methods (the northwest corner method, minimum cost method , Vogel approximate method, Minimum- Cost Sum- Modified Method),For best results have come to search the modified method by the researcher gave the best steps to solve optimization, it was optimization solution tested using the modified method of distribution (Modi), which gave the best results by reducing the total cost.

Key words *:Transportation Problem, Linear Programming, Modified Method, Optimization Solution Test*

المقدمة Introduction :

ان نموذج النقل هو نمط خاص من مشاكل الشبكات لشحن السلع من المصدر (**مثلاً المصانع**) إلى الأماكن المقصودة (**مثلاً المخازن**)، ويتعامل نموذج النقل مع مسألة الحصول على خطة التكاليف الدنيا لنقل السلعة من عدد من المصادر (m) إلى عدد من الأماكن المقصودة (n) ، ولتكن Si عدد وحدات التجهيز المطلوبة عند المصدر (i)، (i=1,2,…, m) ، dj هي عدد وحدات الطلب المطلوبة عند المكان المقصود (j)، (j=1,2,…, n)، وتمثل Cij تكاليف نقل الوحدة الواحدة من المصدر (i) إلى المكان المقصود (j).

ونحدد بعد استخدام طريقة البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل قيمة دالة الهدف التي تقلل تكاليف النقل وكذلك تحديد عدد الوحدات المراد نقلها من (i) إلى (j)، واذا كان Xij عدد الوحدات المشحونة من المصدر (i) إلى المكان المقصود (j). فان نموذج البرمجة الخطية سيكون بالصورة التالية[5]:

وان دالة الهدف تكتب بالصيغة الآتية:

$$minimize\ z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} cij\ xij.$$

وتكتب القيود :

$$.\sum_{i=1}^{n} Xij = Si \quad for\ i=1,2,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^{m} Xij = dj \quad for\ j=1,2,\dots,m.$$

وقيد عدم السالبية يكتب بالصيغة الآتية :

$xij \geq 0$for all i to j

ويقال بان مشكلة النقل هي متوازنة لوكان التجهيز الكلي من كل المصادر يساوي الطلب الكلي في كل الأماكن المقصودة وتسمى باللامتوازنة في الحالات المغايرة.

طرق حل مشكلة النقل[5] :

هنالك أربعة طرق لتحديد الحل لمشكلة النقل المتوازن :

1- طريقة الركن الشمالي الغربي (North West – Corner Method).

2- طريقة اقل التكاليف (Minimum –Cost Method).

3- طريقة التقريب (Vogel's Approximation method).

4- الطريقة المعدلة(المجموع الأقل للتكاليف) Minimum-Cost Sum- Modified Method

وتختلف الطرق الأربعة في نتائج الحل الأساسي الذي تقدمه وينتج الحل الابتدائي الأفضل(قيمة هدف اصغر)، لذا نقوم بحل مشكلة النقل صوب الموضوع أو الشيء المراد حله وفق المثال التوضيحي الذي سوف يتم حله بالطرق الأربعة لاحقاً .

اولاً : طريقة الركن الشمالي الغربي (North West – Corner Method)[5][4][3]:

ينتج من استعمال هذه الطريقة حلاً اساسياً ولكن غالبا مايحتاج الحل الى اختبار وتحسين لان الطريقة لاتاخذ بنظر الاعتبار التكاليف الخاصة بالنقل من مصادر الانتاج الى اماكن التوزيع، وانما تعتمد التوزيع بدءا من الركن الشمالي الغربي (الزاوية العليا من الجدول) باتجاه الجانب الاخر من الجدول الى ان يتم توزيع الكميات المنتجة على احتياجات اماكن التوزيع.

وفي هذه الطريقة نبدأ بتخصيص اكبر كمية ممكنة للمتغير الواقع في الركن الشمالي الغربي اي المتغير $X11$ وحسب الأسلوبالأتي :

1- اذا كانت $b1>a1$ فان $X11=a1$ ثم نحذف الصف الأول لان مجموعه أصبح صفراً ونعدل مجموع العمود الأول ثم نبدأ بالخلية $X21$.

2- اذا كانت $b1<a1$ فان $X11=b1$ ثم نحذف العمود الاول ونعدل مجموع الصف الأول، ثم نستمر بالتخصيص ابتداء بالمتغير $X12$.

لذا من خلال النقطتين أعلاه يجب ان تعدل الكميات المرتبطة من التجهيز والطلب من خلال طرح الكمية المخصصة.

3- اذا كان $b1=a1$ فان قيمة $X11$ ستكون مساوية لاحداهما وفي هذه الحالة سنقوم بترك العمود والصف الصفري معاً ونتجه نحو الخلية في الركن الشمالي الغربي

والتي هي X22 (الصف والعمود غير المحذوف) .

4- نستمر بإشغال المربعات حسب الكميات المعروضة في الصف والكميات المطلوبة في العمود الا ان نحقق العدد (m+n-1) من المتغيرات الأساسية .

5- في حالة عدم تحقق العدد)(m+n-1من المتغيرات الأساسية سيكون الحل (حل مفكك) لذلك نكمل العدد باعتبار بعض المتغيرات غير الأساسية (يفضل ان تكون صاحبة الكلفة الأقل) متغيرات أساسية بقيمة تساوي صفر.

6- اذا تم ترك صف او عمود واحد من دون حذف، ونتوقف اذاً ونتحرك الى الخلية صوب اليمين لو تم حذف العمود ونتحرك الى الخلية السفلى في حالة تم حذف الصف ومن ثم نكرر العملية لكامل الجدول بحيث نكمل طريقة الركن الشمالي الغربي .

ثانياً : طريقة اقل التكاليف (Minimum –Cost Method)[3][5] :

تجد طريقة اقل التكاليف الحل الاولي (الاساسي) من خلال التركيز على طرق واطئة الكلفة، وفي هذه الطريقة نبدأ بالخلية التي تمتلك اقل كلفة نقل، وبعد ذلك يتم عبور الصف او العمود المشبع لحاجة أماكن التوزيع وتعدل كميات التجهيز والطلب بناءاً على ذلك،وإذا تم إشباع (انهاء) الصف والعمود في وقت واحد فانه يتم عبور واحد، ويطبق الشيء نفسه كما في طريقة الركن الشمالي الغربي ومن ثم ابحث عن الخلية ذات التكاليف النقل الأصغر وتكرر العملية إلى إن يتم ترك صف واحد او عمود واحد من دون عبور.

ثالثاً : طريقة فوجل التقريبية (Vogel's Approximation method)[3][4][5]:

تتميز هذه الطريقة بمميزات تمكننا من الحصول على الحل الامثل لنموذج النقل بشكل مباشر او بعد تطبيق عدد صغير جداً من الدورات الخاصة بالحسابات التكرارية وفيما يلي الخطوات الأساسية لهذه الطريقة :

1- حساب الفرق بين اصغر كلفتين (غير متساويتين) في كل صف وفي كل عمود من جدول التكاليف ويسمى هذا الفرق بكلفة الجزاء.

2- نختار الفرق الأكبر من بين تكاليف الجزاء للصفوف والأعمدة على السواء وفي حالة تساوي بعض الفروق نختار

الصف او العمود المناظر لأعلى فرق عشوائياً.

3- بعد تحديد الصف او العمود المناظر لأكبر فرق تخصص قيمة للمتغير الذي تكون كلفة نقله اقل ما يمكن في ذلك الصف او العمود .

4- نحذف الصف او العمود الذي أصبح مجموعه مساوياً للصفر .

5- نكرر الخطوات الأربعة أعلاه ونستمر إلى إن توزع جميع الوحدات المعروضة على الوحدات المطلوبة.

رابعاً : الطريقة المعدلة (المجموع الاقل للتكاليف) (Minimum- Cost Sum- Modified Method):

تعد هذه الطريقة المقترحة من قبل الباحث من الطرق البسيطة في تنفيذها كما تمتاز بحصولنا على الحل الأمثل لنموذج النقل بشكل مباشر لمجموع التكاليف الأقلوبأقل دورات خاصة بالحسابات التكرارية وبأقل الخطوات مما يسهل على متخذ القرار اتخاذ القرار المناسب لمشاكل نماذج النقل، وفيما يلي الخطوات الأساسية لهذه الطريقة :

1- حساب مجموع التكاليف (SUM COST (CIJ))لكل صف وعمود $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} cij$.

2- نختار مجموع التكاليف الأقل من بين مجموع تكاليف الصفوف والأعمدة .

3- بعد تحديد الصف او العمود لأقل مجموع تكاليف تخصص قيمة للمتغير الذي تكون كلفة نقله اقل مايمكن في ذلك الصف او العمود.

4- نحذف الصف او العمود الذي أصبح مجموعه مساوياً للصفر.

5- نكرر الخطوات الأربعة أعلاه للوصل الى الحل **الأمثل لنموذج النقل** .

مثال توضيحي لمشكلة النقل وحله بالطرق الأربعة التي تم شرحها بالتفصيل سابقاً [5]:

تشحن شركة نقل حمولات الشحن للحبوب من ثلاث سايلوات الى أربع مصانع ومن خلال كلف النقل في الجدول أدناه الذي يتضمن التجهيز في حمولات الشحن والطلب في حمولات الشحن مرة واحدة مع تكاليف نقل الوحدة الواحدة لكل حمولة شحن على طرق مختلفة .

	١	٢	٣	٤	Supply
١	١٠	٢	٢٠	١١	١٥
٢	١٢	٧	٩	٢٠	٢٥
٣	٤	١٤	١٦	١٨	١٠
Demand	٥	١٥	١٥	١٥	٥٠/٥٠

والان سوف نقوم بحل نموذج النقل اعلاه بالطرق جميعها وكالاتي :

1-طريقة الركن الشمالي الغربي(North West – Corner Method) .

	١	٢	٣	٤	Supply
١	١٠ ٥	٢ ١٠	٢٠	١١	١٥/١٠/٠
٢	١٢	٧ ٥	٩ ١٥	٢٠ ٥	٢٥/٢٠/٥/٠
٣	٤	١٤	١٦	١٨ ١٠	١٠/٠
Demand	٥/٠	١٥/٥/٠	١٥/٠	١٥/١٠/٠	٥٠/٥٠

الحل الابتدائي الأساسي هو :X11=5,X12=10,X22=5,X23=15,X24=5,X34=10.

وقيمة دالة الهدف تساوي : $Z=5*10 + 10*2 + 5*7 + 15*9 + 5*20 + 10*18 = 520\$$

1–طريقة اقل التكاليف(Minimum –Cost Method) .

	١	٢	٣	٤	Supply
١	١٠	٢١٥	٢٠	١١٠	١٥/٠
٢	١٢	٧	٩١٥	٢٠١٠	٢٥/١٠/٠
٣	٤٥	١٤	١٦	١٨٥	١٠/٥/٠
Demand	٥/٠	١٥/٠	١٥/٠	١٥/٥/٠	٥٠/٥٠

الحل الابتدائي الأساسي هو :X31=5,X12=15,,X23=15,X14=0,X24=10,X34=5 .

وقيمة دالة الهدف تساوي :Z=5*4+15*2+15*9+0*11+10*20+5*18 = 475$

1- طريقة فوجل التقريبية (Vogel's Approximation method) :

STAGE١:

	١	٢	٣	٤	**Supply**	ROW PENALTIY
١	١٠	٢	٢٠	١١ ٠	١٥	١٠-٢=٨
٢	١٢	٧	٩	٢٠	٢٥	٩-٧=٢
٣	٤ ٥	١٤	١٦	١٨	١٠/٥	١٤-٤=١٠
Demand	٥/٠	١٥	١٥	١٥	=٥٠/٥٠	
COLUMN PENALTIY	١٠-٤=٦	٧-٢=٥	١٦-٩=٧	١٨-١١=٧		

STAGE٢ :

	١	٢	٣	Supply	ROW PENALTIY
١	٢١٥	٢٠	١١	١٥/٠	١١-٢=٩
٢	٧	٩	٢٠	٢٥	٩-٧=٢
٣	١٤	١٦	١٨	١٠/٥	١٦-١٤=٢
Demand	١٥/٠	١٥	١٥	=٥٠/٥٠	
COLUMN PENALTIY	٧-٢=٥	١٦-٩=٧	١٨-١١=٧		

STAGE٣:

	١	٢	Supply	ROW PENALTIY
١	٩١٥	٢٠١٠	٢٥/١٠/٠	٢٠-٩=١١
٢	١٦	١٨٥	١٠/٥/٠	١٨-١٦=٢
Demand	١٥/٠	١٥/١٠/٥/٠	=٥٠/٥٠	
COLUMN PENALTIY	١٦-٩=٧	٢٠-١٨=٢		

الحل الابتدائي الاساسي هو :$X12=15,X23=15,X24=10,X31=5,X34=5$ هذه هي المتغيرات الاساسية وقيمة كل منهم.

بحسبطريقة التقريب فوجل وكما تم شرحها سابقاً هنالك متغير غير اساسي يمكن جعله متغير اساسي بقيمة تساوي صفر وهو صاحب الاقل كلفة نقل من بين المتغيرات غير الاساسية $X14=0$

وقيمة دالة الهدف تساوي : $Z=15*2+0*11+15*9+10*20+5*4+5*18 = 475\$$

٤ – الطريقة المعدلة (المجموع الاقل للتكاليف) (Minimum– Cost Sum– Modified Method)

	١	٢	٣	٤	Supply	SUM COST	
١	١٠ X	٢ ١٥	٢٠ X	١١ ٠	١٥/٠	٤٣	٣
٢	١٢ X	٧ X	٩ ١٥	٢٠ ١٠	٢٥/١٠/٠	٤٨	٥
٣	٤ ٥	١٤ X	١٦ X	١٨ ٥	١٠/٥/٠	٥٢	
Demand	٥/٠	١٥/٠	١٥/٠	١٥/١٥/٥/٠	=٥٠/٥٠		
SUM COST	٢٦	٢٣	٤٥	٤٩			
	٢	١	٤	٦			

: يمثل هذا الشكل خطوات بداية الحل خطوة بخطوة .

الحل الابتدائي الاساسي هو : X12=15,X23=15,X24=10,X31=5,X34=5, X14=0.

وقيمة دالة الهدف تساوي : = Z=15*2+0*11+15*9+10*20+5*4+5*18 475$.

استنتاجات الطرق الاربعة لحل نموذج النقل :

من خلال حل مشكلة نموذج النقل التي تم حلها بطرق مختلفة اعطت نتائج مختلفة ومشابه لدالة الهدف حيث ان طريقة اقل التكاليف والطريقة التقريبية والطريقة المعدلة اعطت نفس قيمة الهدف وهي مساوية لـ 475$ وتعطي قيمة اقل من طريقة الركن الشمالي الغربي.

ويتم استخدام طريقة التقريب (Vogel's Approximation method) وطريقة اقل التكاليف (Minimum –Cost Method)للحصول على اقصر طريق، وميزة طريقة التقريب وطريقة اقل التكاليف تنتج لنا أفضل حل أساسي للبداية لأنها تعطي الحل الأولي القريب جدا من الحل الأمثل ولكن الحل بطريقة التقريب يكون بطيئاً لان الحسابات تستغرق وقتا طويلا، لذا توصلا لبحث بإيجاد تعديل لطريقة التقريب وأعطى اسم لهذه الطريقة وهي (طريقة مجموع اقل التكاليف (Minimum– Cost Sum– Modified Method) وبخطوات حل سريعة وتتميز عن طريقة التقريب بإيجاد الحل الأساسي الابتدائي الأمثل بوقت اقصر ، وعلى متخذ القرار اختيار النتيجة الأقل والأفضل من النتائج هذه لتقليل تكاليف النقل وبالوقت الأقصر.

اختبار أمثلية الحل[1][2] :

ان الحل الذي يتم التوصل اليه باي من طرق الحل الاربعة السابقة هو حل اولي (وان كانت طريقة فوجل والطريقة المعدلة غالباً ماتعطي حلا امثلاً) لذا لابد من اختباره ومعرفة ما اذا كانت **الكلفة الكلية** هي فعلا **ادنى كلفة** ام ان بالامكان اجراء تحسينات على الحل بارسال او تغيير اتجاهات بعض الكميات المشحونه باتجاه اسواق اخرى، وهنالك طريقتان لاختبار الحل في مسائل النقل هما :

1- طريقة المسار المتعرج (القفز فوق الصخور) Stepping Stone Method.

2- طريقة التوزيع المعدلة Modified(Modi) Distribution Method.

وسوف نكتفي بطريقة واحدة لإيجاد أمثلية الحل وهي طريقة التوزيع المعدلة.

طريقة التوزيع المعدلة Modified(Modi) Distribution Method [1] [2].

يقوم هذا الاسلوب على اساس احتساب مؤشر التحسين باعتماد معادلات رياضية وليس رسم مسارات كما هو الحال في السابق، ويتم اختيار المؤشر ذي اعلى قيمة سالبة للبدء بتحسين الحل. تسمى هذه الطريقة بطريقة عوامل الضرب Method of Multipliers ويمكن تلخيص خطوات الطريقة بالاتي:

1- التاكد من ان الحل الاولي ليس مفكك وذلك عن طريق فحص عدد الخلايا المشغولة وانها تساوي (m+n-1).

2- اعطاء رمز للصفوف والاعمدة وليكن مثلا Ri للصفوف و Kjللاعمدة .

3- صياغة معادلات للخلايا المشغولة وفق المعادلة القياسية التالية: Cij=Ri + Kj. حيث ان cij تمثل كلفة النقل الى الخلية المشغولة وRi رقم الصف الذي يقع فيه الخلية وkj هو رقم العمود الذي تقع فيه الخلية ايضا.

4- حل المعادلات لحساب قيم Ri و Kj وذلك بافتراض قيمة Ri مساوية للصفر لكي يمكن ايجاد القيم الاخرى.

5- حساب مؤشر التحسين باستخدام المعادلة التالية : Iij= Cij – Ri - kj.

ونبدا بتحسين الحل من الخلية ذات القيمة السالبة الاكبر واذا كانت جميع القيم موجبة فان الحل امثل ولايحتاج الى تحسين.

6- عند تحديد الخلية التي تستحق التحسين نقوم برسم مسار مغلق لنقل كمية من الوحدات اليها.

ولتوضيح هذه الطريقة سوف نقوم باجراء اختبار امثلية الحل على الطريقة المعدلة لاثبات ان الكلفة الكلية هي الكلفة المثلى.

اعتمد اسلوب التوزيع المعدل Modi لاختبار الحل الناجم عن استخدام الطريقة المعدلة.

	١	٢	٣	٤	Supply	SUM COST
١	١٠ X	٢ ١٥	٢٠ X	١١ ٠	١٥/٠	٤٣
٢	١٢ X	٧ X	٩ ١٥	٢٠ ١٠	٢٥/١٠/٠	٤٨
٣	٤ ٥	١٤ X	١٦ X	١٨ ٥	١٠/٥/٠	٥٢
Demand	٥/٠	١٥/٠	١٥/٠	١٥/١٥/٥/٠	=٥٠/٥٠	
SUM COST	٢٦	٢٣	٤٥	٤٩		

كلفة النقل الكلية هي $٤٧٥ وحدة نقدية .

ولاختيار الحل بطريقة Modi ووفق الخطوات السابقة الذكر فان كل صف وكل عمود سيكون له رمز فالصف الاول R1 والثاني R2 والثالث R3 وكذلك العمود الاول سيرمز له K1 والثاني K2 والثالث K3 والرابع K4 وهذا نقوم به بعد التاكد من ان عدد الخلايا المشغولة يساوي (m+n-1) وهو مايدل على ان الحل غير مفكك، ونرى هنا ان عدد الخلايا المشغولة هو 6 اي (1−3+4) اي ان الشرط متحقق. بعد ذلك يتم صياغة معادلات للخلايا المشغولة وكما يلي :

الخلية	المعادلة
X12	R1+K2=2
X14	R1+K4=11
X23	R2+K3=9
X24	R2+K4=20
X31	R3+K1=4
X34	R3+K4=18

الان نقوم بحل هذه المعادلات لاستخراج قيم Ri و Kj بافتراض ان R1=0 وكالاتي :

النتيجة النهائية	الحل	المعادلة
K2=2	0 + K2 =2	R1+K2=2
K4= 11	0 + K4 = 11	R1+K4=11
K3 = 0	9 + K3 = 9	R2+K3=9
R2=9	R2 + 11 = 20	R2+K4=20
K1 = -3	7 + K1 = 4	R3+K1=4
R3 = 7	R3 + 11 = 18	R3+K4=18

وسيكون جدول التوزيع كالاتي :

		K١=-٣	K٢=٢	K٣=٠	K٤=١١		
		١	٢	٣	٤	Supply	SUM COST
R١=٠	١	١٠ X	٢ ١٥	٢٠ X	١١ ٠	١٥/٠	٤٣
R٢=٩	٢	١٢ X	٧ X	٩ ١٥	٢٠ ١٠	٢٥/١٠/٠	٤٨
R٣=٧	٣	٤ ٥	١٤ X	١٦ X	١٨ ٥	١٠/٥/٠	٥٢
	Demand	٥/٠	١٥/٠	١٥/٠	١٥/١٥/٥/٠	=٥٠/٥٠	
	SUM COST	٢٦	٢٣	٤٥	٤٩		

والان يمكن حساب مؤشر التحسين للخلايا غير المشغولة وكالاتي :

I11= 10 – 0 – (-3) = 7

I13= 20 – 0 – 0 = 20

I21 = 12 – 9 – (-3) = 0

I22 = 7 – 9 – 2 = -4

I32 = 14 – 7 -2 = 5

I33 = 16 – 7 – 0 = 9

يتضح من النتائج اعلاه ان الخلية القابلة للتحسين هي الخلية I22 حيث اشارة مؤشر التحسين سالبة، لذا سنرسم مسار مغلق لتوضيح عملية النقل الى هذه الخلية ويتم حله بطريقة المسار المتعرج كما يلي :

- ١٥ ٢	+ ٠ ١١
+ X ٧	- ١٠ ٢٠

بعد تحديد الخلية I22التي تستحق التحسين نقوم بنقل كمية من الوحدات اليها وهي (10 وحدات) من الخلية I24 وسيكون الحل كالاتي للمسار المغلق :

I22 = X + 10 = 10

I12 = 15 -10 = 5

I14 = 0+10 = 10

I24 = 10-10 =X

-	٥	٢	+	١٠	١١
+	١٠	٧	-	X	٢٠

وسيكون التوزيع المعدل الجديد كما في الجدول التالي :

	١	٢	٣	٤	Supply
١	١٠ X	٢ ٥	٢٠ X	١١ ١٠	١٥
٢	١٢ X	٧ ١٠	٩ ١٥	٢٠ X	٢٥
٣	٤ ٥	١٤ X	١٦ X	١٨ ٥	١٠
Demand	٥	١٥	١٥	١٥	٥٠/٥٠

وهنا نجد ان الكلفة الكلية ستكون :

Z= 5*2+10*11+10*7+15*9+5*18+5*4 = **<u>435$</u>**

اي ان هناك انخفاضا في الكلفة مقداره 40$ ولكن يمكن اختبار هذه النتيجة ايضا حيث ان هناك خلية فارغة جديدة قد ظهرت واخرى اختفت لذا سنتاكد من ان الحل لايزال غير مفكك (حالة التفكك يمكن ان تحصل اثناء اجراء الاختبار)، وبما ان الشرط متحقق (m+n-1) فاننا نقوم بصياغة معادلات جديدة للخلايا المشغولة وكما يلي :

المعادلة	الخلية
R1+K2=2	X11
R1+K4=11	X13
R2+K2=7	X21
R2+K3=9	X24
R3+K1=4	X32
R3+K4=18	X33

الان نقوم بحل هذه المعادلات لاستخراج قيم Ri و Kj بافتراض ان R1=0 وكالاتي :

النتيجة النهائية	الحل	المعادلة
K2 = 2	0 + k2 = 2	R1+K2=2
K4 = 11	0 + k4 = 11	R1+K4=11
R2 = 5	R2 + 2 = 7	R2+K2=7
K3 = 4	5+ K3 = 9	R2+K3=9
K1= -3	7 + K1 = 4	R3+K1=4
R3 = 7	R3 +11 = 18	R3+K4=18

والان يمكن حساب مؤشر التحسين للخلايا غير المشغولة وكالاتي :

I11= 10 – 0 – (-3) = 13

I13= 20 – 0 – 4 = 16

I21 = 12 – 5 – (-3) = 10

I24 = 20 – 5 – 11 = 4

I32 = 14 – 7 -2 = 5

I33 = 16 – 7 – 4 =5

ونجد هنا ان جميع القيم موجبة وهذا يعني ان لايمكن تحسين الحل او تخفيض كلفة النقل اكثر مما هي عليه.

الاستنتاجات :

نستنتج من البحث وتطبيقاته لطرق حل مشاكل النقل بالطرق الاربعة ماياتي :

1- ان الطريقة الافضل في استخراج الحل الابتدائي الامثل هي طريقة اقل التكاليف وطريقل فوجل التقريبية والطريقة المعدلة.

2- الطريقة المعدلة اعطت نتائج مشابه لنتائج طريقة فوجل التقريبية .

3- خطوات الطريقة المعدلة افضل من خطوات طريقة فوجل التقريبية من ناحية الحسابات التكرارية وباقصر وقت ممكن .

4- اختبار امثلية الحل للطريقة المعدلة اعطت نتائج افضل بتخفيض الكلفة الكلية بمقدار 40$ وحدة نقدية وبهذا اعطى البحث صورة واضحة لمتخذوا القرار في اتخاذ قراراتهم بافضل طرق لحل مشاكل النقل وباقل التكاليف وحسابات تكرارية وباقصر وقت.

التوصيات :

1- استخدام الطريقة المعدلة من قبل الباحث وتطبيقها على بيانات حقيقية.
2- استعمال طرق اخرى لاختبار امثلية الحل .
3- برمجة جميع الطرق المستخدمة في البحث باحدى لغات البرمجة.

المصادر :

1- د. صالح مهدي محسن العامري، "تطبيقات بحوث العمليات في الإدارة"، جامعة الشرق الأوسط للدراسات العليا، إثراء للنشر والتوزيع،الطبعة الاولى،2009.

2- د. منعم زمزير الموسوي، " بحوث العمليات مدخل علمي لاتخاذ القرارات "، الجامعة الاردنية، الطبعة الأولى،2009.

3- HamdyA.Taha.” Operation Research : An Introduction “, Prentice hall, 7 editions,2006.

4- Prem Kumar Gupta, D.S. Hira,” Operation Research: An Introduction”, S.C Hand and Co, Ltd. New Delhi,1999.

5- Taghrid Imam,”Solving Transportion Problem Using Object-Oriented model”,IJCSNS,VOL.9.NO.2,2009.